Tugas PML Pertemuan 8

Angga Fathan Rofiqy

20 October, 2023

**Rpubs :** <https://rpubs.com/ZenR_Prog/PML-TM-8>

## Daftar Isi

# Diketahui

Suatu Model Linier

dimana = 1, 2 dan = 1,2.

Misalkan

# a. Rancangan X

**Tentukan matriks rancangan**

Dalam bentuk matriks nya :

dimana :

Sehingga matriks rancangan nya adalah

# b. Singular

**Tunjukkan bahwa determinan dari** **sehingga** **singular.**

**Secara Perhitungan :**

Sehingga Terbukti bahwa

**Secara Sifat :**

Dimana , sehingga kolom 1 = kolom 2 + kolom 3

Karena itu matriks merupakan matriks terpaut linier. Jika sebuah matriks terpaut linier, maka nilai determinannya sama dengan nol.

Sehingga sudah dapat dipastikan bahwa dan merupakan matriks singular.

# c. Rank = 2

**Tunjukkan bahwa**

Untuk cek rank dari sebuah matriks dapat menggunakan determinan. Berikut step nya :

* Jika determinannya tidak sama dengan nol. Maka matriks tersebut memiliki rank penuh.
* Namun jika nilai determinannya sama dengan nol, maka bisa memilih matriks minor ukuran mana saja lalu mencari nilai dari determinan nya. Selanjutnya sama seperti step sebelumnya. Jika determinannya tidak sama dengan nol. Maka matriks tersebut memiliki rank .
* Namun jika nilai determinannya sama dengan nol, maka ulangi lagi prosesnya namun dengan ukuran . Begitu seterusnya.

Pada butir sebelumnya sudah dibuktikan bahwa . Sehingga kita perlu mencari nilai determinannya dari matriks minor ukuran mana saja.

Misal matriks minornya . Nilai dari . Karena maka rank dari matriks nya adalah .

Sehingga terbukti bahwa .

# d. Konsisten

**Tunjukkan bahwa sistem persamaan normal dari model tersebut konsisten.**

Sistem Persamaan Linier disebut konsisten jika . Dimana SPL :

Dalam Model Linier bentuknya menjadi : . Sehingga persamaan disebut konsisten jika .

Nilai rank sudah di dapat dari butir sebelumnya yakni . Sekarang tinggal mencari rank dari matriks gabungan .

Karena ada baris (baris 3) yang bisa dibuat 0 semua atau terpaut linier, dan setelah itu tidak ada baris lain yang bisa dibuat 0 lagi (baris 2 atau 1). Maka rank dari matriks diatas adalah 2.

Maka sama dengan .

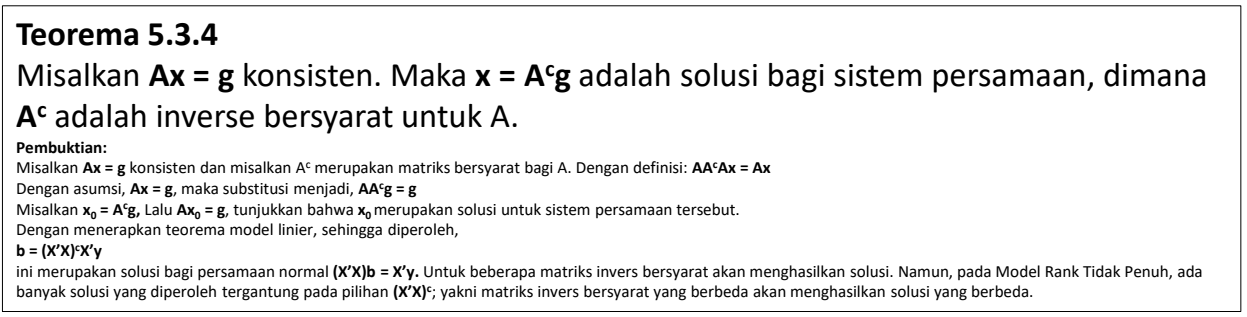
Sehingga terbukti bawah sistem persamaan normal dari model ini adalah **konsisten**.

# **e. Kebalikan Umum 1**

**Tentukan matriks kebalikan umum untuk** **dengan menggukanan minor** **. Nyatakan matriks kebalikan umum yang diperoleh sebagai**

# f. Solusi 1

**Gunakan teorema** **(buku Myers) untuk menentukan solusi persamaan normalnya.**



Pada **butir d** sudah dibuktikan bahwa adalah konsisten. Maka adalah solusi bagi sistem persamaan, dimana adalah inverse bersyarat untuk .

Sehingga solusi dari sistem persamaan adalah .

# g. Kebalikan Umum 2

**Tentukan matriks kebaliakn uumum untuk** **berdasarkan minor** . **Nyatakan matriks kebalikan umum yang diperoleh sebagai**

# h. Solusi 2

**Tentukan solusi persamaan normal berdasarkan matriks kebalikan umum dari butir g.**

Pada **butir d** sudah dibuktikan bahwa adalah konsisten. Maka adalah solusi bagi sistem persamaan, dimana adalah inverse bersyarat untuk .

Sehingga solusi dari sistem persamaan adalah .

# i. Sama

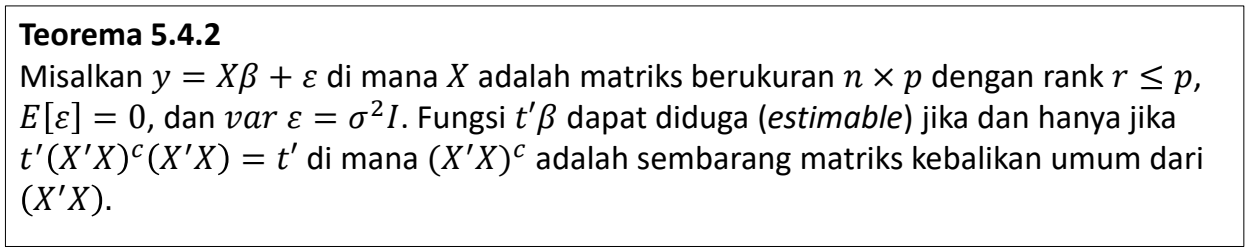
**Tunjukkan bahwa**

Bandingkan dengan

Sehingga Terbukti bahwa

# j. estimablity

**Apakah menurut anda** **estimable? Tunjukkan jawabahn Anda.**



Matriks estimable atau dapat diduga maksudnya setiap elemen dari matirks nya dapat di duga.  
Jadi butir ini menanyakan :

* Jika , apakah estimable?
* Jika , apakah estimable?
* Jika , apakah estimable?
* Dengan :
  + , Maka
  + , Maka
  + , Maka

**Teorema** **5.4.2** mengatakan bahwa fungsi estimable jika dan hanya jika .

Karena adalah matriks persegi, maka bisa dihitung terlebih dahulu. Ini akan memudahkan perhitungan.

## Untuk

Misalnya (matriks kebalikan umum) yang saya pilih adalah

1. atau dengan   
     
   Karena , maka atau ***tidak estimable.***
2. atau dengan   
     
   Karena , maka atau ***tidak estimable.***
3. atau dengan   
     
   Karena , maka atau ***tidak estimable.***

Karena semua elemen dari Matriks tidak estimable, otomatis Matriks juga **tidak estimable**

## Untuk

Misalnya (matriks kebalikan umum) yang saya pilih adalah

1. atau dengan   
     
   Karena , maka atau ***tidak estimable.***
2. atau dengan   
     
   Karena , maka atau ***tidak estimable.***
3. atau dengan   
     
   Karena , maka atau ***tidak estimable.***

Karena semua elemen dari Matriks tidak estimable, otomatis Matriks juga **tidak estimable**

# k. estimablity

**Periksalah apakah** **estimable?**

, dengan . Fungsi bisa didapat dari , Maka

**Teorema** **5.4.2** mengatakan bahwa fungsi estimable jika dan hanya jika .

## Untuk

Misalnya (matriks kebalikan umum) yang saya pilih adalah

Karena , sehingga ***estimable.***

## Untuk

Misalnya (matriks kebalikan umum) yang saya pilih adalah .

Karena , sehingga ***estimable.***

# l. estimablity

**Periksalah apakah** **estimable?**

, dengan . Fungsi bisa didapat dari , Maka

**Teorema** **5.4.2** mengatakan bahwa fungsi estimable jika dan hanya jika .

## Untuk

Misalnya (matriks kebalikan umum) yang saya pilih adalah

Karena , sehingga ***tidak estimable.***

## Untuk

Misalnya (matriks kebalikan umum) yang saya pilih adalah .

Karena , sehingga ***tidak stimable.***

# m. Estimablity

**Temukanlah fungsi linier dari parameter yang estimable lainnya, nyatakan dalam** **.**

Untuk mencari parameter yang estimable lainnya bisa mencoba satu persatu kombinasi dari nilai nya. Jika . Maka parameter tersebut estimable. Rentang nilai dari nya pun **tidak terbatas.** Tak hanya saja, melainkan bisa juga lebih dari itu misalnya dan seterusnya. Semakin banyak nilai maka semakin banyak juga kombinasi nya. Oleh karena itu diperlukan bantuan program komputer untuk komputasinya. Disini saya menggunakan fungsi r, dengan 3 nilai yakni .

Untuk mencari kombinasinya menggunakan fungsi expand.grid. Tapi untuk mencari banyaknya kombinasi bisa juga menggunakan perhitungan manual. Dengan cara seperti ini.

Hitung berapa jumlah elemen dari matriks , sebanyak . Gunakan formula berikut :

Dimana :

* adalah banyaknya jumlah elemen dari matriks parameter
* adalah iterasi dari
* adalah kombinasi dari . Untuk memilih banyaknya parameter.
* adalah banyaknya kemungkinan operasi (+ dan -).

Sehingga untuk kasus ini , . Maka banyaknya kombinasi adalah

Berikut adalah perhitungan programnya.

**Tabel :** Estimability Parameter

| t' | Hasil | Estimability |
| --- | --- | --- |
| (-1, -1, -1) | (-1, -1, 0) | Tidak estimable |
| (0, -1, -1) | (0, -1, 1) | Tidak estimable |
| (1, -1, -1) | (1, -1, 2) | Tidak estimable |
| (-1, 0, -1) | (-1, 0, -1) | Estimable |
| (0, 0, -1) | (0, 0, 0) | Tidak estimable |
| (1, 0, -1) | (1, 0, 1) | Tidak estimable |
| (-1, 1, -1) | (-1, 1, -2) | Tidak estimable |
| (0, 1, -1) | (0, 1, -1) | Estimable |
| (1, 1, -1) | (1, 1, 0) | Tidak estimable |
| (-1, -1, 0) | (-1, -1, 0) | Estimable |
| (0, -1, 0) | (0, -1, 1) | Tidak estimable |
| (1, -1, 0) | (1, -1, 2) | Tidak estimable |
| (-1, 0, 0) | (-1, 0, -1) | Tidak estimable |
| (1, 0, 0) | (1, 0, 1) | Tidak estimable |
| (-1, 1, 0) | (-1, 1, -2) | Tidak estimable |
| (0, 1, 0) | (0, 1, -1) | Tidak estimable |
| (1, 1, 0) | (1, 1, 0) | Estimable |
| (-1, -1, 1) | (-1, -1, 0) | Tidak estimable |
| (0, -1, 1) | (0, -1, 1) | Estimable |
| (1, -1, 1) | (1, -1, 2) | Tidak estimable |
| (-1, 0, 1) | (-1, 0, -1) | Tidak estimable |
| (0, 0, 1) | (0, 0, 0) | Tidak estimable |
| (1, 0, 1) | (1, 0, 1) | Estimable |
| (-1, 1, 1) | (-1, 1, -2) | Tidak estimable |
| (0, 1, 1) | (0, 1, -1) | Tidak estimable |
| (1, 1, 1) | (1, 1, 0) | Tidak estimable |

Dari 26 kemungkinan, hanya 6 yang estimable. Sangat sedikit. Untuk sudah dibuktikan pada butir k bahwa parameternya estimable.

## Pembuktian Function Sudah benar

Saya akan membuktikan bahwa semua yang disebutkan estimable pada function yang ada adalah benar. Namun saya hanya akan membuktikan satu contoh untuk yang “Tidak eskimable” dikarenakan sangat banyak.

Misalnya (matriks kebalikan umum) yang saya pilih adalah .

Karena , sehingga ***estimable.*** Sesuai dengan function.

Misalnya (matriks kebalikan umum) yang saya pilih adalah .

Karena , sehingga ***estimable.*** Sesuai dengan function.

Misalnya (matriks kebalikan umum) yang saya pilih adalah .

Karena , sehingga ***estimable.*** Sesuai dengan function.

Misalnya (matriks kebalikan umum) yang saya pilih adalah .

Karena , sehingga ***estimable.*** Sesuai dengan function.

Misalnya (matriks kebalikan umum) yang saya pilih adalah .

Karena , sehingga ***estimable.*** Sesuai dengan function.

Ini adalah contoh yang tidak estimable.

Misalnya (matriks kebalikan umum) yang saya pilih adalah .

Karena , sehingga ***tidak estimable.*** Sesuai dengan function.

# n. Unik

**Tunjukkanlah bahwa penduga** **unik apapun pilihan matriks kebalikan umummnya.**

*“* unik apapun pilihan matriks kebalikan umumnya” jika dan hanya jika fungsinya **estimable.** Ini sebenarnya **sudah saya buktikan** pada setiap butir yang menanyakan estimability. Tapi ya saya buktikan ulang saja.

Seperti yang sudah dijelaskan, hanya akan unik jika dan hanya jika fungsinya **estimable.** Sehingga saya akan membutikan dengan contoh fungsi yang estimable untuk menunjukan keunikan dan fungsi yang tidak estimable untuk menunjukkan ketidak unikan.

## Estimable

Misalnya

### Untuk

Misalnya (matriks kebalikan umum) yang saya pilih adalah

Karena , sehingga ***estimable.***

### Untuk

Misalnya (matriks kebalikan umum) yang saya pilih adalah

Karena , sehingga ***estimable.***

### Perbadingan dengan

Sedangkan .

Maka atau unik.

Sehingga terbukti bahwa *“* unik apapun pilihan matriks kebalikan umumnya” jika dan hanya jika fungsinya **estimable.**

## Tidak estimable

Misalnya

### Untuk

Misalnya (matriks kebalikan umum) yang saya pilih adalah

Karena , sehingga ***tidak estimable.***

### Untuk

Misalnya (matriks kebalikan umum) yang saya pilih adalah

Karena , sehingga ***tidak estimable.***

### Perbadingan dengan

Sedangkan .

Maka atau tidak unik.

Sehingga terbukti bahwa *“* unik apapun pilihan matriks kebalikan umumnya” jika dan hanya jika fungsinya **estimable.** Untuk fungsi yang tidak estimable, maka **blm pasti unik**.

# Referensi

* [OfficeDown](https://davidgohel.github.io/officedown/)
* [SPL](https://cran.r-project.org/web/packages/matlib/vignettes/linear-equations.html)